

文章编号:1007-2780(2017)08-0650-06

基于低秩特征脸与协同表示的人脸识别算法

杨明中, 杨平先*

(四川理工学院 自动化与信息工程学院, 四川 自贡 643000)

摘要: 在人脸识别中, 人脸图像往往受到表情、光照、遮挡、姿态变化的影响, 对此本文提出一种基于低秩特征脸与协同表示的人脸识别算法。该算法先用低秩矩阵恢复算法分解出训练样本图像的误差图像, 再分别对训练样本与误差图像提取特征构造特征字典, 计算测试样本图像特征字典下的协同表示系数, 最后通过重构误差进行分类。通过 AR 和 ORL 人脸库进行实验, 结果表明, 本文提出的人脸识别算法的识别率、识别速率得到有效提高。

关键词: 人脸识别; 低秩矩阵; 特征脸; 协同表示

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/YJYXS20173208.0650

Face recognition algorithm based on low-rank eigenface and collaborative representation

YANG Ming-zhong, YANG Ping-xian*

(School of Automation & Information Engineering, Sichuan University of Science & Engineering, Zigong 643000, China)

Abstract: For face recognition, the face image tend to get variations of expression, lighting, occlusion and pose. In the paper, we propose a face recognition algorithm based on low-rank eigenface and collaborative representation. In the algorithm, we firstly obtain the error images of the training images using the low-rank matrix recovery algorithm. Then, we calculate the feature vectors of the training images and the corresponding error images to constitute a feature dictionary respectively, and calculate collaborative representation of test image with feature dictionary. Finally, the test image was classified by the reconstruction error. Experimental results on AR and ORL databases show that the proposed face image recognition algorithm has a higher recognition rate and fast.

Key words: face recognition; low-rank matrix; eigenface; collaborative representation

1 引言

近年来, 人脸识别技术^[1-2]得到飞速发展, 广泛用于政府、工业和商业等领域。模式识别领域引入稀疏表示理论以来, 学者们极其关注与重视, Wright 等^[3]首先在人脸识别中引用稀疏表示理

论, 其核心思想是用训练样本图像的稀疏线性组合表示待测样本图像, 从稀疏的角度得到对图像最紧致的表示。Nguyen 等^[4]通过训练样本构造多尺度字典来分别稀疏表示待测样本, 最后采用权重投票机制进行识别分类。亓晓振等^[5]提出基于稀疏编码的多核学习分类方法, 增添空间信息限制, 实现了图像分类的鲁棒性。现实自然图像

收稿日期: 2017-01-17; 修订日期: 2017-05-18.

* 通信联系人, E-mail: ypingx@163.com

能被大量冗余的结构元素进行稀疏编码,从而稀疏编码与稀疏表示能非常高效地解决各类图像恢复等问题。

在人脸识别应用研究过程中,发现实际获取的人脸图像受到表情、光照、遮挡、污损等原因,严重影响到稀疏算法的分类性能。Candes 等^[6]提出了一种低秩矩阵恢复理论,通过凸优化求得良好效果,将低秩矩阵引入人脸识别中^[7],取得较高的识别率。研究发现,具有高识别率的稀疏算法耗时巨大,Zhang 等^[8]在保障高识别率条件下提出协同表示分类,极大降低了计算开销。本文将低秩矩阵恢复的思想用于人脸识别,将每类人脸训练图像构成的矩阵分解为低秩矩阵和稀疏误差矩阵,对分解后的矩阵提取特征,再构造字典利用协同表示方法进行人脸识别。

2 低秩矩阵与特征脸理论

2.1 低秩矩阵恢复

低秩矩阵恢复就是从一个较大但是具有误差的稀疏矩阵中恢复出一个低秩数据矩阵。假设将给定的训练样本排列成观测矩阵 D 的每一列, $D \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 。建立如(1)模型:

$$\min_{A, E} \|A\|_* + \lambda \|E\|_1 \quad s.t. \quad D = A + E, \quad (1)$$

其中 A 为低秩矩阵, E 为分解后的稀疏误差矩阵; $\|A\|_*$ 为矩阵 A 的核范数, $\|E\|_1$ 为矩阵 E 的 1 范数,代替零范数,解决了凸优化问题; λ 是正数权重参数。

本文采用增广拉格朗日乘法求解式(1)。定义增广拉格朗日乘子函数:

$$L(A, E, Y, \mu) = \|A\|_* + \lambda \|E\|_1 + \langle Y, D - A - E \rangle + \frac{\mu}{2} \|D - A - E\|_F^2, \quad (2)$$

其中, Y 是拉格朗日乘子矩阵, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示矩阵内积, $\|\cdot\|_F$ 表示 F 范数, $\lambda > 0$ 表示惩罚因子。经典 ALM 迭代算法如下:

$$\begin{cases} (A_k, E_k) = \operatorname{argmin}_{A, E} L_{\mu_k}(A, E, Y_{k-1}) \\ Y_k = Y_{k-1} + \mu_{k-1}(D - A - E) \\ \mu_k = \rho^k \mu_0; \mu_0 > 0 \text{ 且 } \rho > 1 \end{cases} \quad (3)$$

为了降低同时最小化所有变量 A 和 E 的计算开销,在此每次最小化一个相关变量^[9]:

$$\begin{cases} A_{k+1} = \operatorname{argmin}_{A, E} L_{\mu_k}(A, E_k, Y_k) \\ E_{k+1} = \operatorname{argmin}_{A, E} L_{\mu_k}(A_{k+1}, E, Y_k) \end{cases} \quad (4)$$

具体求解步骤如算法 1 所示:

算法 1 低秩矩阵恢复(LR)算法

输入:矩阵 D , 参数 $\lambda > 0$

初始化: $A_0 = 0, E_0 = 0, Y_0 = 0, k = 0, \mu_0 > 0, \rho > 1$

While 没有收敛 //若没有收敛,继续迭代

//计算 $A_{k+1} = \operatorname{argmin}_{A, E} L_{\mu_k}(A, E_k, Y_k)$

$(U, S, V) = \operatorname{svd}(D - E_k + \mu_k^{-1} Y_k)$

$A_{k+1} = US_{\mu_k}^{-1}[S]V^T$

//计算 $E_{k+1} = \operatorname{argmin}_{A, E} L_{\mu_k}(A_{k+1}, E, Y_k)$

$E_{k+1} = S_{\mu_k}^{-1}[D - A_{k+1} + \mu_k^{-1} Y_k]$

$Y_{k+1} = Y_k + \mu_k(D - A_{k+1} - E_{k+1})$

$\mu_{k+1} = \rho^{k+1} \mu_0$

end While

输出:矩阵 A, E

本文采用 AR 数据库部分人脸图像为例,进行低秩矩阵恢复处理得到低秩矩阵图像与稀疏误差图像,结果如图 1 所示。



(a)原始图像

(a)Original image



(b)低秩矩阵图像

(b)Low-rank matrix image



(c)稀疏误差图像

(c)Sparse error image

图 1 AR 数据库人脸图像的低秩矩阵恢复

Fig.1 Low-rank matrix recovery algorithm of AR face image database

2.2 特征脸

一般来说,每类人脸的特征脸^[10]可定义为用一些特殊的人脸图片反映该类人脸空间信息。它们是矩阵理论中线性空间中的一组基。对于协同表示,训练样本的数量可能非常大,这将会导致构建字典的冗余,在实际应用中也将增加计算负担。因此,通过数学方法来提取特征脸并组合它们构成一个紧凑的字典用于协同表示,在最小化情况下仍然能够获得协同表示系数。在数学上,人脸数据矩阵可被分解为两个矩阵的乘积即:

$$\mathbf{A} = \mathbf{W} \times \mathbf{B}. \quad (5)$$

矩阵 $\mathbf{A}^{m \times n}$, m 表示样本维度, n 表示样本数量。特征脸 $\mathbf{W}^{m \times p}$ 的 p 列中,每列表示一幅特征脸;矩阵 $\mathbf{B}^{p \times n}$ 的 n 列中,每列表示对应的特征脸表达模式。人脸数据矩阵分解如图 2 所示,用计算矩阵特征向量 SVD 方法提取特征脸。

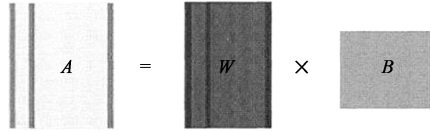


图 2 人脸矩阵与特征脸矩阵的关系

Fig.2 Relationship between face and eigenface matrix

3 人脸识别技术

3.1 协同表示

在稀疏表示的人脸识别技术中,希望给定的每一类人脸训练样本都是过完备的,但是实际应用中,人脸识别过程中往往缺少训练样本。首先每类的人脸图像本身稀少,鉴于每类训练样本的不完备性,不可能用更多 i 类的人脸图像来稀疏表示测试样本 y 。Zhang 等提出用 j 类的人脸图像来辅助表示属于 i 类的人脸图像的测试样本 y 。即用整个测试样本矩阵 $\mathbf{D}$ 来协同表示 (Collaborative representation, CR) 测试样本 y , 区别于 SRC 以稀疏表示为约束条件并进行分类。SRC 的数学模型如下所示:

$$\hat{x} = \underset{x}{\operatorname{argmin}} \|x\|_1 \quad s.t. \quad \|y - \mathbf{D}x\|_2 \leq \epsilon, \quad (6)$$

以低秩矩阵 $\mathbf{A}$ 和稀疏误差矩阵 $\mathbf{E}$ 代替原始

矩阵 $\mathbf{D}$, 模型如下:

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix} = \underset{x, \beta}{\operatorname{argmin}} \left\| \begin{bmatrix} x \\ \beta \end{bmatrix} \right\|_1 \quad s.t. \quad \left\| [\mathbf{A}, \mathbf{E}] \begin{bmatrix} x \\ \beta \end{bmatrix} - y \right\|_2 \leq \epsilon, \quad (7)$$

去掉它的稀疏约束条件,充分发挥训练数据相互近似表示的优势,再进行分类,构造 CR 数学模型:

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix} = \underset{x, \beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \left\| y - [\mathbf{A}, \mathbf{E}] \begin{bmatrix} x \\ \beta \end{bmatrix} \right\|_2^2 + \lambda \left\| \begin{bmatrix} x \\ \beta \end{bmatrix} \right\|_2^2 \right\}, \quad (8)$$

其中, λ 是正则项系数。

3.2 基于低秩特征脸与协同表示的人脸识别

低秩矩阵恢复分解成低秩图像与误差图像,而特征脸矩阵是提取训练样本中人脸的特征,采用协同表示进行分类,具体步骤如算法 2 所示。

算法 2 基于低秩特征脸与协同表示的人脸识别算法

输入: 训练样本图像向量矩阵 $\mathbf{D} = [\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2, \dots, \mathbf{D}_n] \in R^{m \times n}$ 和测试图像向量 y , 参数 $\lambda > 0$

(1) 采用算法 1 计算 $\mathbf{D}_i$ 对应的 $\mathbf{A}_i$ 和 $\mathbf{E}_i$, 进而得到 $\mathbf{D}$ 的低秩图像向量矩阵 $\mathbf{A}$ 和稀疏误差图像向量矩阵 $\mathbf{E}$

(2) 用 SVD 求解法对低秩图像向量矩阵 $\mathbf{A}$ 求解得到特征向量矩阵 $\mathbf{W}$, 对稀疏误差向量矩阵 $\mathbf{E}$ 求解得到向量矩阵 $\mathbf{S}$

(3) 用 $[\mathbf{W}, \mathbf{S}]$ 来协同表示 y

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix} = ([\mathbf{W}, \mathbf{S}]^T [\mathbf{W}, \mathbf{S}] + \lambda \cdot \mathbf{I})^{-1} [\mathbf{W}, \mathbf{S}]^T y$$

$$(4) \text{ 计算残差 } r_i(y) = \left\| y - [\mathbf{W}_i, \mathbf{S}_i] \begin{bmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{\beta}_i \end{bmatrix} \right\|_2$$

输出: 测试样本图像 y 的类别: $\text{class}(y) = \underset{i}{\operatorname{argmin}} r_i(y)$

4 实验与结果

本文选用 AR、ORL 人脸库, 其中 AR 人脸库里面共有 80 人, 每人 13 幅人脸图, 每幅人脸图像

大小 165×120 像素,涉及表情、光照和遮挡影响因素。ORL 人脸库里面有 40 人,每人 10 幅人脸图,每幅人脸图像大小 112×92 像素,主要是姿态变化影响。部分人脸库图像如图 3、图 4 所示。实验采用主成分分析法^[11](PCA)、稀疏人脸识别^[12](SRC)、扩展稀疏人脸识别^[13](ESRC)、协同人脸识别^[8](CRC)与本文算法对比。其中 $\lambda = 0.001$ 。



图 3 AR 人脸库部分样本

Fig.3 Some face sample of AR database



图 4 ORL 人脸库部分样本

Fig.4 Some face sample of ORL database

4.1 AR 人脸库

本实验选用 AR 人脸库中每组前 3 幅,第 8 幅和第 11 幅人脸作为训练样本(如图 1 所示),其余作为测试样本,用 PCA、SRC、ESRC、CRC 与本文提出的算法做不同维度下的识别,统计正确识别率如表 1 所示。

表 1 AR 人脸库中的人脸识别率

Tab.1 Face recognition rate on AR database

维度	PCA	SRC	ESRC	CRC	本文算法
50	0.325	0.478	0.482	0.400	0.656
100	0.365	0.673	0.689	0.621	0.875
150	0.410	0.789	0.793	0.726	0.942
200	0.435	0.826	0.837	0.767	0.954
300	0.490	0.878	0.886	0.826	0.957
400	0.530	0.898	0.907	0.861	0.954
500	0.545	0.911	0.911	0.865	0.958

从表 1 中可知,本文提出的基于低秩特征脸与协同表示的人脸识别算法,在 AR 人脸库受多

种影响因素下,正确识别率远比其他算法高。

在 AR 人脸库中,存在大量的遮挡人脸图像,受到太阳眼镜、围巾的遮挡,人脸信息大量减少,表情使得人脸变化较大,光照使得人脸图像表示的像素急剧变化,为判断各因素对人脸识别的影响,采用本文算法单独对遮挡人脸、有表情的人脸、光照不同的人脸进行识别。如图 5 所示,其中 x 轴表示图像维度, y 轴表示人脸识别率。

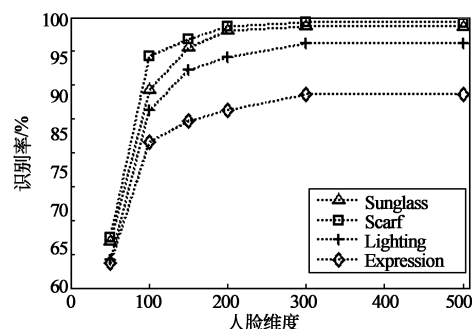


图 5 遮挡物、光照、表情各因素对人脸的识别率

Fig.5 Face recognition rate of each factor of occlusion, lighting and expression

从图 5 可知,对人脸识别影响最严重的是人脸表情变化。减少人脸面部信息的遮挡人脸识别率最高,分析为人脸识别遇到遮挡物时,所有人脸的遮挡部分差值的大小相当,从而对整体人脸识别影响最小。

4.2 ORL 人脸库

本实验选用 ORL 人脸库中的每组前 4 幅人脸图像作为训练样本,其它作为测试样本。用各人脸识别算法做不同维度下的识别,实验结果如表 2 所示。

表 2 ORL 人脸库中的人脸识别率

Tab.2 Face recognition rate on ORL database

维度	PCA	SRC	ESRC	CRC	本文算法
50	0.820	0.908	0.916	0.875	0.955
100	0.840	0.908	0.916	0.883	0.965
150	0.870	0.912	0.916	0.900	0.977
200	0.890	0.912	0.933	0.895	0.965
300	0.900	0.912	0.933	0.900	0.977
400	0.910	0.929	0.933	0.904	0.980
500	0.910	0.929	0.941	0.904	0.980

由表 2 知,人脸图像在单一影响下,识别率都较高,本文算法进一步提高识别率。特别在影响因素较少的情况下,在低维数据就获得较高识别率,有利于实际人脸识别处理低像素的人脸图像。

4.3 人脸识别的时间消耗

本次实验采用低秩矩阵恢复算法处理训练样本,时间消耗与训练样本、人脸像素大小有关。本实验中 AR 人脸库平均耗时 57.3 s(55 s, 58 s, 59 s),在 ORL 人脸库中耗时 35.3 s(34 s 35 s 37 s),这作为数据库处理,在第一次运行处理一次就好,以后无需再次处理数据库,只需做识别部分就行。人脸识别时间(人脸维度 100)对比统计如表 3 所示。

表 3 人脸识别的时间消耗

Tab.3 Time consumption of face recognition

算法	AR 人脸库/s	ORL 人脸库/s
PCA	1.12	0.89
SRC	296	81
ESRC	5.02	3.58
CRC	0.46	0.21
本文算法	0.91	0.45

表 3 时间消耗数据是由个人电脑实验结果,对比可知,本文提出的算法的时间消耗比较理想,识别速度赶超其它算法向单独的协同算法靠近。

5 结 论

研究得知,低秩矩阵恢复算法求得稀疏误差图像能够准确描述人脸图像中的姿态、表情、光照、遮挡等误差,对此本文提出基于低秩特征脸与协同表示的人脸识别算法。对比上述实验,本文算法在不同影响因素、多种影响因素下,获得较高的识别率,时间消耗也得到优化,特别是在数据量较少的低维识别中,比其它人脸识别算法更有优势。由多因素对人脸影响实验结果表明:人脸表情变化对识别率影响最大。现实中的安检、考勤都要求人们保持常规表情以便识别,但在各类监控中,人们不会配合,特别是在交通事故侦查中,为尽快破案,查清事故人员,提高人脸表情的识别率有待进一步研究与发展,现实中多因素影响的人脸识别将更加可靠与完善。

参 考 文 献:

- [1] 卢洋,王世刚,赵文婷,等.基于人脸姿态估计的虚拟眼镜试戴技术[J].中国光学,2015,8(4):582-588.
LU Y, WANG S G, ZHAO W T, et al. Technology of virtual eyeglasses try-on system based on face pose estimation [J]. *Chinese Optics*, 2015, 8(4): 582-588. (in Chinese)
- [2] 董晓庆,陈洪财.基于子模式双向二维线性判别分析的人脸识别[J].液晶与显示,2015,30(6):1016-1023.
DONG X Q, CHEN H C. Face recognition based on sub-pattern two-directional two-dimensional linear discriminant analysis [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2015, 30(6): 1016-1023. (in Chinese)
- [3] WRIGHT J, YANG A Y, GANESH A, et al. Robust face recognition via sparse representation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, 31(2): 210-227.
- [4] NGUYEN M X, LE Q M, PHAM V, et al. Multi-scale sparse representation for robust face recognition [C]// *Proceedings of 2011 the 3rd International Conference on Knowledge and Systems Engineering*. Hanoi, Vietnam: IEEE, 2011: 195-199.
- [5] 元晓振,王庆.一种基于稀疏编码的多核学习图像分类方法[J].电子学报,2012,40(4):773-779.
QI X Z, WANG Q. An image classification approach based on sparse coding and multiple kernel learning [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(4): 773-779. (in Chinese)
- [6] CANDÈS E J, RECHT B. Exact low-rank matrix completion via convex optimization [C]// *Proceedings of 2008 the 46th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing*. Urbana-Champaign, IL, USA: IEEE, 806-812.
- [7] DU H H, HU Q P, QIAO D F, et al. Robust face recognition via low-rank sparse representation-based classification [J]. *International Journal of Automation and Computing*, 2015, 12(6): 579-587.
- [8] ZHANG L, YANG M, FENG X C. Sparse representation or collaborative representation: Which helps face recognition? [C]// *Proceedings of 2011 International Conference on Computer Vision*. Barcelona, Spain: IEEE, 2011:

471-478.

- [9] 史加荣,郑秀云,魏宗田,等.低秩矩阵恢复算法综述[J].计算机应用研究,2013,30(6):1601-1605.
SHI J R, ZHENG X Y, WEI Z T, *et al.* Survey on algorithms of low-rank matrix recovery [J]. *Application Research of Computers*, 2013, 30(6): 1601-1605. (in Chinese)
- [10] MARIJETA S, DUBRAVKA J. Face recognition using eigenface approach [J]. *Serbian Journal of Electrical Engineering*, 2012, 9(1): 121-130.
- [11] HU J J, TAN G Z, LUAN F G, *et al.* 2DPCA versus PCA for face recognition [J]. *Journal of Central South University*, 2015, 22(5): 1809-1816.
- [12] YE J J, YANG R Y. *An incremental SRC Method for Face Recognition* [M]//HO YS, SANG J, RO Y, *et al.* *Advances in Multimedia Information Processing—PCM*. Cham: Springer, 2015.
- [13] DENG W H, HU J N, GUO J. Extended SRC: undersampled face recognition via intraclass variant dictionary [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2012, 34(9): 1864-1870.

作者简介:杨明中(1991—),男,四川南充人,硕士研究生,主研方向为图像处理、模式识别。E-mail:erdenzer@qq.com
杨平先(1961—),男,四川自贡人,硕士,教授,主研方向为图像处理、信号处理。E-mail:ypingx@163.com